

DESENVOLVIMENTO DE UMA INTERFACE GRÁFICA VOLTADA PARA O CONTROLE LINEAR UTILIZANDO O MATLAB

Alexandre Lucas Chichosz

Discente do curso Engenharia da Computação
Faculdades Integradas de Três Lagoas (AEMS)

Calwann de Souza Freire

Discente do curso Engenharia da Computação
Faculdades Integradas de Três Lagoas (AEMS)

Myke Albuquerque Pinto de Oliveira

Discente do curso Engenharia da Computação
Faculdades Integradas de Três Lagoas (AEMS)

Oseias Marques Silva

Discente do curso Engenharia da Computação
Faculdades Integradas de Três Lagoas (AEMS)

Cláudio H. C. Costa Basquerotto

Docente do curso Engenharia da Computação
Faculdades Integradas de Três Lagoas (AEMS)

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma breve introdução sobre controle de sistemas lineares. Um sistema RLC (reativo, indutivo e capacitivo) foi modelado, visto que este possui grande aplicação na área de Engenharia de Computação. Para apresentar e facilitar a compreensão dos conceitos de controle, foi desenvolvida uma interface gráfica didática e de simples aplicação utilizando o software MatLab. Para tanto, foi feita uma revisão na literatura na área de controle de sistemas lineares com fundamentação teórica abordando a resolução de equações diferenciais ordinárias através da transformada de Laplace, com a representação dos dados no diagrama de Bode e no gráfico de Polos e Zeros.

PALAVRAS-CHAVE: Sistema linear; MATLAB; Interface gráfica; Controle e circuito RLC.

INTRODUÇÃO

Controle se baseia na existência de um sistema, cujo comportamento se queira influenciar, ou seja, controlar, tomando-se ações com as quais irão forçar o sistema a agir de maneira desejada (BISSEL, 1993).

Segundo Ogata (2010), um sistema é dito linear se o princípio da superposição se aplicar a ele. O princípio da superposição afirma que a resposta produzida pela aplicação simultânea de duas funções de determinação diversas é a

soma das duas respostas individuais. Então, para o sistema linear, a resposta a diversas entradas pode ser calculada tratando uma entrada de cada vez e somando os resultados. Esse é o princípio que permite construir soluções complicadas para equações diferenciais lineares a partir de soluções simples. Controle de sistemas lineares é o conjunto formado pelo sistema a ser controlado e o controlador.

Pode-se verificar em trabalhos realizados no passado a ampla aplicação de controle de sistemas, como na monografia Controle de Sistemas Não Lineares Através de Redes Neurais, obra de E. Teixeira (1991), como principal objetivo, foi apresentado um método para se controlar sistemas não lineares usando-se redes neurais.

Segundo o trabalho de conclusão de curso de Santos (2016), o qual apresentou um protótipo de detector linear óptico de fumaça para aplicação comercial e industrial. Este protótipo utiliza de um controle de sistema em seu microprocessador, assim fica evidenciado a importância de um controle de sistemas na atualidade e para os estudos e aplicações futuras.

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma interface gráfica utilizando a ferramenta matemática MatLab 2014 para disseminar e facilitar o aprendizado da disciplina de controle abordada no curso de Engenharia de Computação. Este trabalho está dividido em cinco seções, sendo que a primeira apresenta a fundamentação teórica e o problema do valor inicial, na segunda é mostrado o controle e aplicação a um sistema RLC, a terceira seção apresenta características do gráfico de Polos e Zeros, na quarta seção é mostrado as definições do diagrama de Bode e por fim na quinta seção é apresentada a interface gráfica desenvolvida através da plataforma MatLab.

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Em meados de 1744, o matemático Leonard Euler apresentou soluções de equações diferenciais na forma $z = \int F(x)e^{ax} dx$ e $z = \int F(x)x^A dx$. Essas integrais chamaram a atenção de dois outros matemáticos, Joseph-Louis Lagrange e Pierre Simon Laplace. Laplace deu um enorme passo à frente quando passou a visualizar integrais desse tipo como um mapeamento de um domínio original para um domínio-alvo no qual um problema pudesse ser mais facilmente resolvido. Assim,

remapeando a solução para o domínio original, obter-se-ia a solução do problema original. (MATEMÁTICA INTELIGENTE, 2016)

A transformada de Laplace é uma transformação integral de uma função $f(t)$, definida para todo $t \geq 0$, com núcleo e^{-st} definida conforme a equação (1). (BOYCE, DIPRIMA, HAINES, 1969).

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot f(t) dt \quad (1)$$

A transformada de Laplace é um operador linear, ou seja, vale a propriedade de associatividade, dada pela equação (2).

$$\mathcal{L}\{c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t)\} = c_1 \mathcal{L}\{f_1(t)\} + c_2 \mathcal{L}\{f_2(t)\} \quad (2)$$

Além disso pode-se escrever a transformada de Laplace de uma derivada em função da transformada de Laplace da primitiva ($F(s)$) e de seu valor inicial.

$$\mathcal{L}\{f'(t)\} = s \cdot F(s) - f(0^+) \quad (3)$$

Usando essa fórmula recursivamente, obtemos a transformada de Laplace de uma derivada de qualquer ordem.

$$\mathcal{L}\{f^{(n)}(t)\} = s^n \cdot F(s) + s^{n-1} \cdot f^{(0)}(0^+) + \dots + f^{(n-1)}(0^+) \quad (4)$$

A transformada inversa de Laplace de uma função $F(s)$ é a função $f(t)$ tal que a transformada de Laplace de $f(t)$ seja $F(s)$.

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t) \Leftrightarrow \mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \quad (5)$$

A transformada inversa de Laplace também pode ser calculada de acordo com a integral da equação (6):

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{st} \cdot F(s) ds \quad (6)$$

No entanto em geral é mais fácil obtê-la por reconhecimento de transformadas de Laplace disponíveis em tabelas.

1.1 PROBLEMA DE VALOR INICIAL

Nesta seção apresenta como a transformada de Laplace pode ser usada para resolver um problema de valor inicial para equações diferenciais com coeficientes constantes.

Considera-se o problema de valor inicial dado pela equação diferencial (7) com os valores iniciais dados na equação (8). A função $g(t)$ é um parâmetro e ficará mais claro sua utilização na próxima seção.

$$f''(t) + 3f'(t) + 2f(t) = 3g'(t) - g(t) \quad (7)$$

$$f(0) = 1, f'(0) = -1 \quad (8)$$

A aplicação da transformada de Laplace na equação (7), utilizando a propriedade das derivadas, leva à equação (9).

$$s^2F(s) + sf(0) + f'(0) + 3sF(s) + 3f(0) + 2F(s) = 3sG(s) + 3g(0) - G(s) \quad (9)$$

Ao utilizar os valores iniciais de $f(0)$, obtêm-se a equação (10).

$$s^2F(s) + s - 1 + 3sF(s) + 3 + 2F(s) = 3sG(s) + 3g(0) - G(s) \quad (10)$$

Agrupando-se os termos, obtêm-se:

$$F(s)(s^2 + 3s + 2) + s + 2 = G(s)(3s - 1) + 3g(0) \quad (11)$$

$$F(s) = \frac{3s-1}{s^2+3s+2} G(s) + \frac{3g(0)-s-2}{s^2+3s+2} \quad (12)$$

Pode-se observar em (11), a solução da equação diferencial possui uma parcela que depende das funções envolvidas e outra parcela que depende dos valores iniciais. Ao especificar a função $g(t)$, pode-se obter $F(s)$ e então $f(t)$. Segue a solução para $g(t)$ como um impulso unitário.

$$G(s) = \mathcal{L}\{g(t)\} = \mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1 \quad (13)$$

$$g(0^+) = 0 \quad (14)$$

$$F(s) = \frac{3s-1}{s^2+3s+2} + \frac{-s-2}{s^2+3s+2} \quad (15)$$

Sendo $F(s)$ a transformada de Laplace da solução $f(t)$. Basta aplicar a transformada inversa de Laplace para se obter a função $f(t)$, com isso, tem-se:

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3s-1}{s^2+3s+2} + \frac{-s-2}{s^2+3s+2}\right) \quad (16)$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2s-3}{s^2+3s+2}\right) \quad (17)$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2s-3}{(s+1)(s+2)}\right) \quad (18)$$

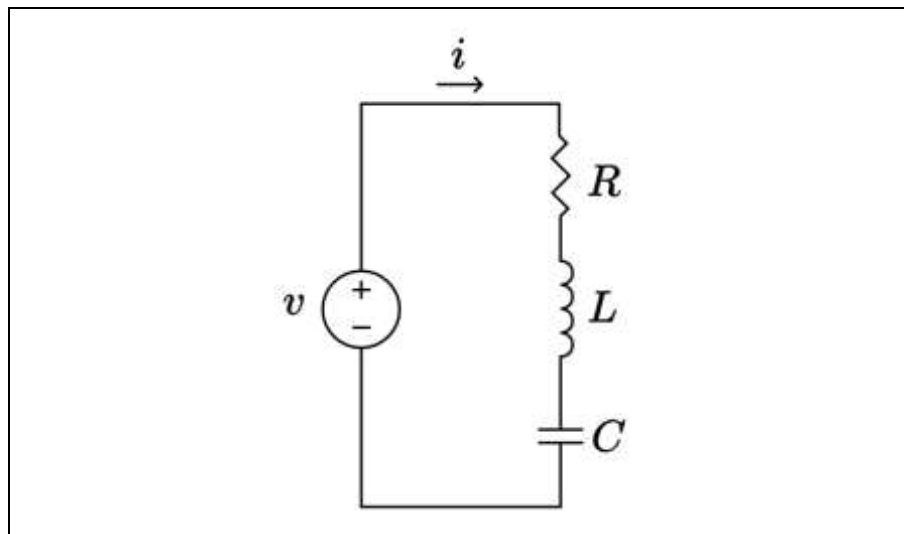
$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(-\frac{5}{s+1} + \frac{7}{s+2}\right) \quad (19)$$

$$f(t) = 7e^{-2t} - 5e^{-t} \quad (20)$$

2 CONTROLE DE UM CIRCUITO RLC

Um circuito RLC consiste de um resistor, um indutor e um capacitor, podendo ser ligado em série ou em paralelo. Este artigo propõe o desenvolvimento de uma interface gráfica para controle do circuito RLC como visto na figura 1.

Figura 1: Circuito RLC em série.



Fonte: Adaptado de NILSSON (1995).

Nesse sistema pode-se controlar o sinal de corrente, i , manipulando o sinal de tensão da fonte, v_s . Então, v_s é a entrada do sistema e i é a saída do sistema, conforme esquematizado na figura 2.

Figura 2: Representação esquemática do sistema.



Fonte: Elaborado pelos autores.

O primeiro passo para o projeto de um controlador é obter o modelo matemático do sistema que se pretende controlar, seguem as equações que descrevem o comportamento dos componentes elétricos, resistor (16), indutor (17) e capacitor (18).

$$v_R = Ri \quad (16)$$

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (17)$$

$$v_C = \frac{1}{C}q \quad (18)$$

Analisando o circuito abaixo pelas leis de Kirchhoff, tem-se que o somatório das tensões da malha é igual a zero (19).

$$v_s = v_R + v_L + v_C \quad (19)$$

Unificando as equações (16), (17), (18) e (19) obtém-se a equação (20).

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} q = v_s \quad (20)$$

Esta pesquisa aborda apenas os sistemas de uma entrada e uma saída, no entanto verifica-se que a equação diferencial (20) apresenta duas funções incógnitas, i e q . Faz-se necessário adapta-la. Relembrando-se que a corrente elétrica é a taxa de variação da carga elétrica, então pode-se derivar a equação (20) completamente e efetuar a substituição $i = \frac{dq}{dt}$, depois dividir por L , obtendo-se a equação (21).

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = \frac{dv_s}{dt} \quad (21)$$

Para obter a função de transferência do sistema, aplica-se a transformada de Laplace na equação (21), obtendo-se a equação (22).

$$(s^2 I(s) + s i(0) + i'(0)) + \frac{R}{L} (s I(s) + i(0)) + \frac{1}{LC} I(s) = s \frac{V_s(s)}{L} + \frac{v_s(0)}{L} \quad (22)$$

Como foi verificado anteriormente, a função de transferência não é interferida pelas condições iniciais do sistema. Então podemos obter a relação das transformadas de Laplace da saída sobre a entrada, que é a função de transferência (25).

$$s^2 I(s) + \frac{R}{L} (s I(s)) + \frac{1}{LC} I(s) = s \frac{V_s(s)}{L} + \frac{v_s(0)}{L} \quad (23)$$

$$I(s) \left(s^2 + \frac{R}{L} s + \frac{1}{LC} \right) = \frac{s}{L} V_s(s) \quad (24)$$

$$G(s) = \frac{I(s)}{V_s(s)} = \frac{\frac{s}{L}}{s^2 + \frac{R}{L} s + \frac{1}{LC}} \quad (25)$$

3 GRÁFICO DE POLOS E ZEROS

O gráfico de polos e zeros é um plano complexo que apresenta valores de s nos quais a função de transferência diverge para $+\infty$ ou $-\infty$ (polos) e os valores para os quais a função de transferência vale zero.

Os polos que apresentam parte real não negativa indicam que o sistema é marginalmente estável, ou seja, a resposta é limitada quando a saída também é limitada. Os polos que apresentam parte real negativa indicam que a resposta pode ser instável, mesmo que a entrada seja limitada, ou seja, podem divergir para $\pm \infty$, isso porque contém exponenciais crescentes. As partes imaginárias dos polos representam componentes oscilatórias da resposta do sistema, visto que

exponenciais de valores imaginários podem ser reescritos como funções senos e cossenos.

4 DIAGRAMA DE BODE

O diagrama de Bode é uma forma padrão de traçar a resposta em frequência dos sistemas tornando-se familiar e de fácil entendimento de seu comportamento.

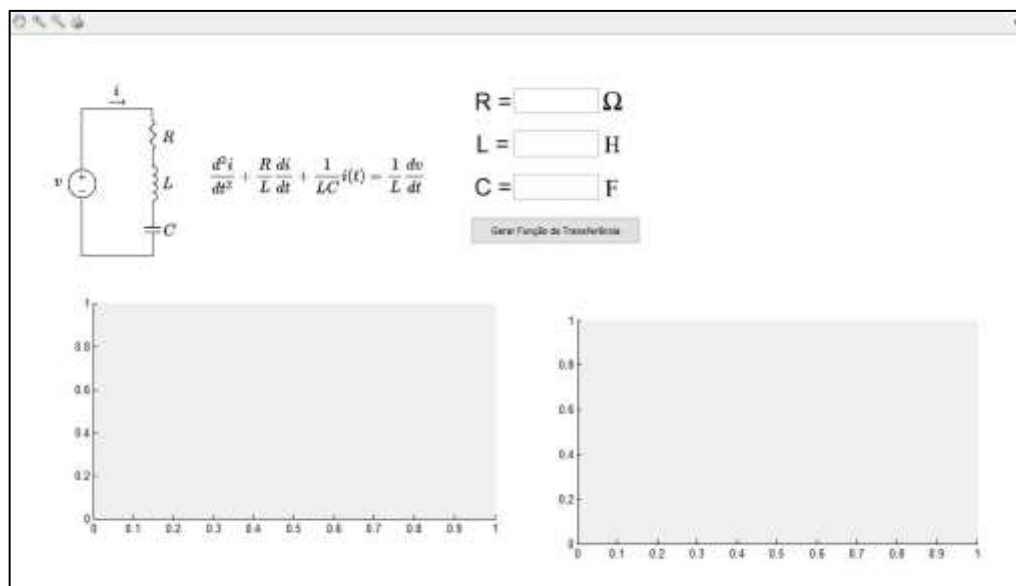
É comumente constituído de dois gráficos com a ordenada graduada em frequência angular. O primeiro apresenta o ganho de magnitude do sinal em decibéis e o segundo apresenta a mudança de fase, graduada em graus.

5 DESENVOLVIMENTO DA INTERFACE GRÁFICA UTILIZANDO O MATLAB

A aplicação gráfica que aplicará os conceitos matemáticos do capítulo anterior foi desenvolvida no software MatLab, versão R2014a.

Na Figura 3 está representado a interface inicial, mostrando o Circuito RLC, a equação inicial, os campos para valores de entrada do resistor, indutor e capacitor e por fim as representações do diagrama de Bode e gráfico de Polos e Zeros.

Figura 3 – Representação da interface gráfica no MatLab.

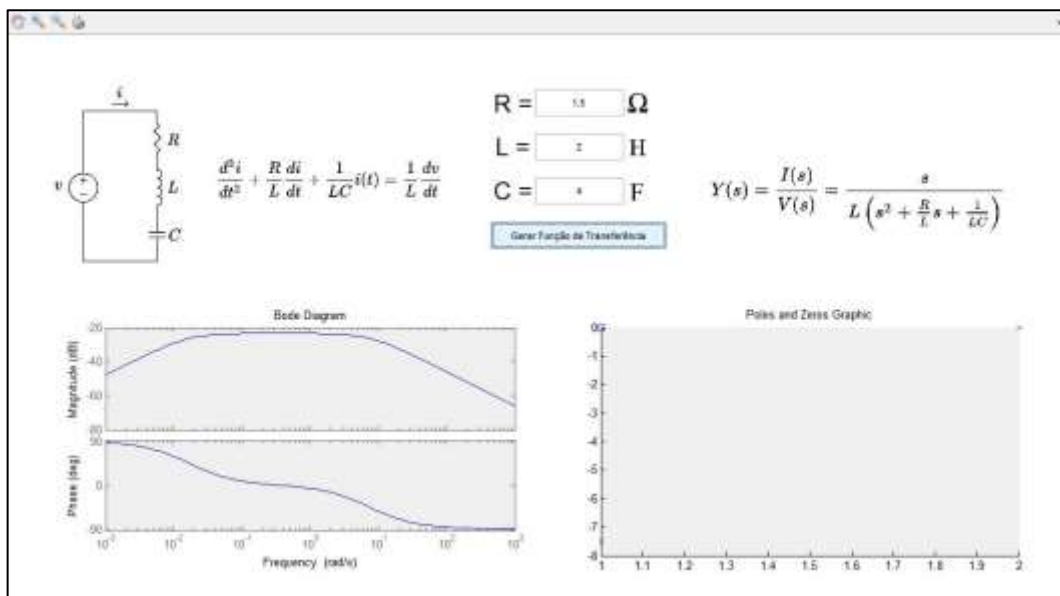


Fonte: Elaborado pelos autores.

Inserindo os valores de entrada nos campos resistor, capacitor e indutor, basta um clique no botão “Gerar Função de Transferência” e o programa mostrará exibirá a Função de Transferência utilizada e exibirá os resultados da equação no diagrama de Bode e no gráfico de Polos e Zeros.

A Figura 4 mostra o resultado gerado pelos valores de entrada: 1,5 para o resistor, 2 para o indutor e 4 para o capacitor.

Figura 4: Representação da interface gráfica no MatLab.



Fonte: Elaborado pelos autores.

CONSIDERAÇÕES

Este artigo apresentou como um sistema linear é completamente caracterizado por uma função de transferência e esta pode ser usada para calcular as saídas, para entradas específicas. A partir desta função pode-se construir o diagrama de bode que ilustra como a saída responde (ganho e deslocamento de fase) em função da frequência angular do sinal de entrada. E o gráfico de polos e zeros que apresenta os critérios de estabilidade.

Pesquisas futuras sobre o mesmo tema devem incluir o cálculo de como se obtém uma saída desejada manipulando a entrada convenientemente, ou seja, o controle propriamente dito e a retroalimentação. Também pode-se abordar o controle sobre sistemas não lineares, estes podem ser aproximados por um sistema linear ou tratados como não linear, utilizando outras técnicas.

REFERÊNCIAS

BIRD, J.; QUEIROZ, L. C.; BARROSO, J. L. **Circuitos Elétricos**. Elsevier, 2009.

BISSEL, C. C. **Control Engineering**. Edição única, London: Chapman & Hall, 1993.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C.; HAINES, C. W. **Elementary differential equations and boundary value problems**. New York: Wiley, 1969.

EDILBERTO, P. T. **Controle de sistemas lineares através de redes neurais**. Universidade Estadual de Campinas, 1991.

FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. **Sistemas de Controle para Engenharia**. Bookman Editora, 2013.

LATHI, B. P. et al. **Linear systems and signals**. New York: Oxford University Press, 2005.

MATEMÁTICA INTELIGENTE. Disponível em:
<<http://intellimat.wikidot.com/transformadalaplace>>. Acesso em: 08 nov. 2016.

NILSSON, J. W. et al. **Circuitos eléctricos**. Addison-Wesley, 1995.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 5ª Ed., São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

OPPENHEIM, A. V.; WILLSKY, A. S.; NAWAB, S. H. **Signals and systems**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1983.

SANTOS, W. C. F. **Sistema linear óptico para protótipo de detector de fumaça**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016.