

## O CRESCIMENTO POPULACIONAL E O AUMENTO DA GERAÇÃO DE RESÍDUOS SÓLIDOS NA CIDADE DE TRÊS LAGOAS (MS): o uso de equações diferenciais ordinárias

**Aline Marques Ferreira**

Graduanda em Engenharia Ambiental e Sanitária  
Faculdades Integradas de Três Lagoas – FITL/AEMS

**Tainara Luiene Lopes Ramos**

Graduanda em Engenharia Ambiental e Sanitária  
Faculdades Integradas de Três Lagoas – FITL/AEMS

**Tháisa Rhana da Silveira Rigo**

Graduanda em Engenharia Ambiental e Sanitária  
Faculdades Integradas de Três Lagoas – FITL/AEMS

**Weslen Xavier de Moraes**

Mestre em Matemática pela UFMS/CPTL  
Faculdades Integradas de Três Lagoas – FITL/AEMS

**André Luís Valverde Fernandes**

Doutorando em Geografia pela Universidade Estadual Paulista – UNESP/FCT  
Faculdades Integradas de Três Lagoas – FITL/AEMS

### RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados estimados sobre o crescimento populacional e o aumento da geração de resíduos sólidos na cidade de Três Lagoas (MS) no contexto do ensino das equações diferenciais ordinárias. A proposta foi implementada em sala de aula, com a participação dos alunos do curso de Engenharia Ambiental e Sanitária. Para tanto, os procedimentos de coleta de dados foram pautados na pesquisa bibliográfica e documental, baseados em dados obtidos pelo IBGE e pela empresa Ambiental, responsável pela coleta dos resíduos sólidos no município. A pesquisa, enquanto método de investigação, é aplicada; quanto aos seus objetivos, exploratória; e, quanto à abordagem, é qualitativa e quantitativa. A cidade de Três Lagoas (MS) é considerada um polo atrativo para grandes indústrias devido à sua localização, disponibilidade de área e sua logística integrada, mão de obra barata, além de insumos e prestadores de serviços, fazendo com que haja a possibilidade de variação populacional, não necessariamente obedecendo à uma simulação matemática referente à taxa de variação. Com o crescimento da população, houve também um aumento considerável no volume de resíduos gerados, todavia este aumento extrapolou em muito a estimativa média do volume de resíduo por habitante. Essa variação do volume de resíduos gerados, de modo geral, pode significar um aumento do poder aquisitivo da população.

**PALAVRAS-CHAVE:** Resíduos sólidos; Crescimento populacional; Equações diferenciais ordinárias.

## INTRODUÇÃO

As equações diferenciais ordinárias são ferramentas importantes e muito utilizadas não só para a análise de dados que visam às tomadas de decisões, como também para o planejamento e desenvolvimento de novos produtos/sistemas, processos de fabricação/tratamento, estudos de ciclo de vida e para realizações de previsões.

É importante ser destacado também, que o uso das equações diferenciais ordinárias serve para diversas áreas do conhecimento, como nas Ciências Naturais, que podem determinar populações, propagação de epidemias, a questão do carbono radioativo, recursos naturais, etc. Outro exemplo muito utilizado no dia a dia é a aplicação diferencial ordinária na Economia, empregado pelas empresas para verificar o sistema financeiro.

Dessa maneira, será feito o estudo e análise de diversas aplicações das equações diferenciais ordinárias, assim como o estudo qualificativo em que se toma a atitude de retirar das equações, informações sobre como será a quantidade de resíduos sólidos, relacionando-os com o aumento populacional. Sabe-se que o processo de expansão do município ocasionado pela implantação de indústrias, provocou um aumento dos resíduos sólidos, gerando taxas de variações.

De acordo com o IBGE (2015) e a empresa Financial Ambiental (2014), a população estimada em 2010 no município era de 101.791 (cento de um mil, setecentos e noventa e um) habitantes, as quais foram depositadas no mesmo ano a quantidade de 31.617,66 (trinta e um mil, seiscentos de dezessete, e sessenta e seis) toneladas de resíduos sólidos.

A partir da leitura destes dados, pode ser elaborada a equação diferencial ordinária, e assim estimado: a taxa do crescimento de resíduos sólidos em relação ao crescimento populacional; a perspectiva de vida em relação a esse crescimento; a taxa significativa desse crescimento; os pontos negativos e positivos do aumento populacional como também residual, e um projeção estimada de quanto serão a população e resíduos sólidos daqui alguns anos.

## 1 RESÍDUOS SÓLIDOS

O termo resíduos sólidos é definido pela Lei 12.305/2010 - Política Nacional de Resíduos Sólidos - como qualquer material, substância, objeto ou bem descartado resultante de atividades humanas em sociedade, cuja destinação final se procede, se propõe proceder ou se está obrigado a proceder, nos estados sólido ou semissólido, bem como gases contidos em recipientes e líquidos cujas particularidades tornem inviável o seu lançamento na rede pública de esgotos ou em corpos d'água, ou exijam para isso soluções técnicas ou economicamente inviáveis em face da melhor tecnologia disponível.

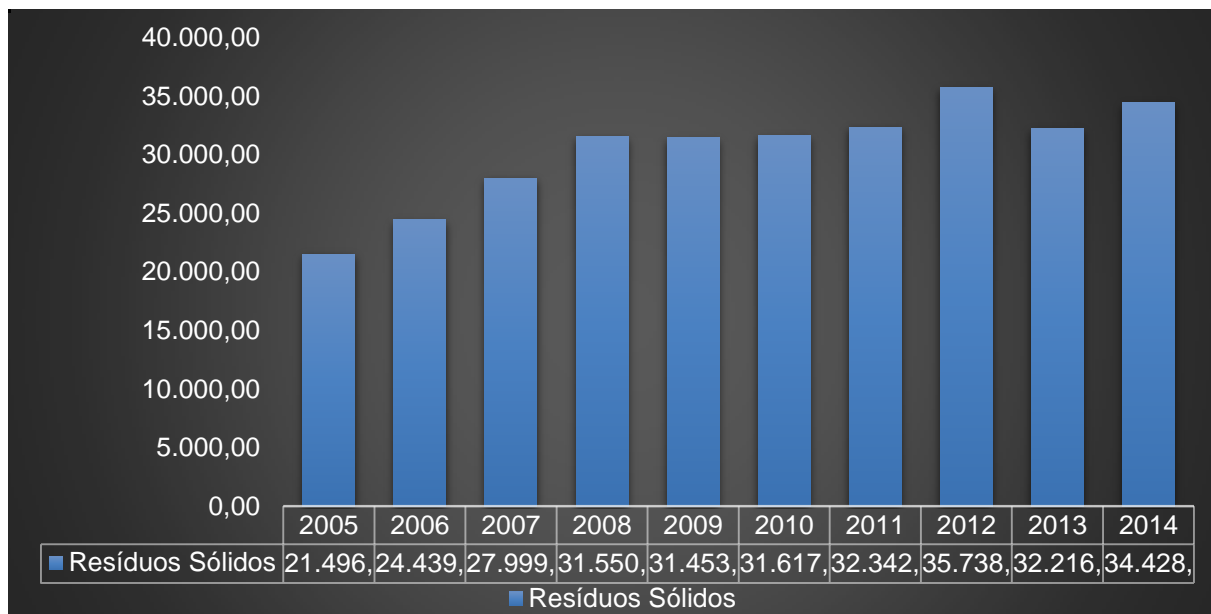
Em 2009, a Prefeitura Municipal de Três Lagoas-MS inaugurou o aterro sanitário e de resíduos sólidos, situado na rodovia MS-395 a 10 quilômetros do centro da cidade, na qual a empresa Financial Ambiental é responsável pela obra, este aterro sanitário é localizado numa área de 2.513,22 m<sup>2</sup> (dois mil, quinhentos e treze, vinte e dois metros quadrados), cercado de barreira vegetal.

Segundo a PNSB (Pesquisa Nacional de Saneamento Básico) (2015), realizada pelo IBGE, o Brasil coleta diariamente 125.000 (cento e vinte e cinco mil) toneladas de resíduos domiciliares. E segundo o Plano de Gerenciamento Integrado de Resíduos Sólidos – PGIRS da Financial Ambiental (2014), em Três Lagoas – MS a média é de 90 (noventa) toneladas por dia.

Conforme informações da empresa Financial Ambiental (2014), o sistema de coleta da cidade abrange cerca de 100% dos domicílios existentes, onde existem 15 (quinze) setores de coleta, sendo 13 (treze) setores no perímetro urbano de cidade, 01 (um) setor para coleta do Distrito Industrial e 01 (um) setor coleta os distritos de Arapuá, Garcias e as casas de veraneios (ranchos), nos últimos setores ditos, existem lixeiras que estão localizadas nas extensões da BR-158, local que os resíduos são concentrados.

Os resíduos sólidos do município são coletados pela empresa Financial Ambiental e destinados ao aterro sanitário municipal. Dentre os resíduos coletadas, podemos citar: urbanos, comerciais e prestadores de serviços. Os resíduos sólidos domésticos são coletados periodicamente juntamente com os de estabelecimentos comerciais e prestadores de serviços, a empresa prestadora de serviços realiza também periodicamente a coleta seletiva de resíduos recicláveis.

De acordo com os dados obtidos pela empresa Financial Ambiental foi realizado um gráfico, que demonstra a quantidade de resíduos sólidos gerados do ano de 2005 ao ano de 2014 (ver gráfico 1).



**Gráfico 1:** Quantidade de Resíduos Sólidos Domiciliares e Comerciais coletados em Três Lagoas – MS no período de Janeiro de 2005 a Agosto de 2014.

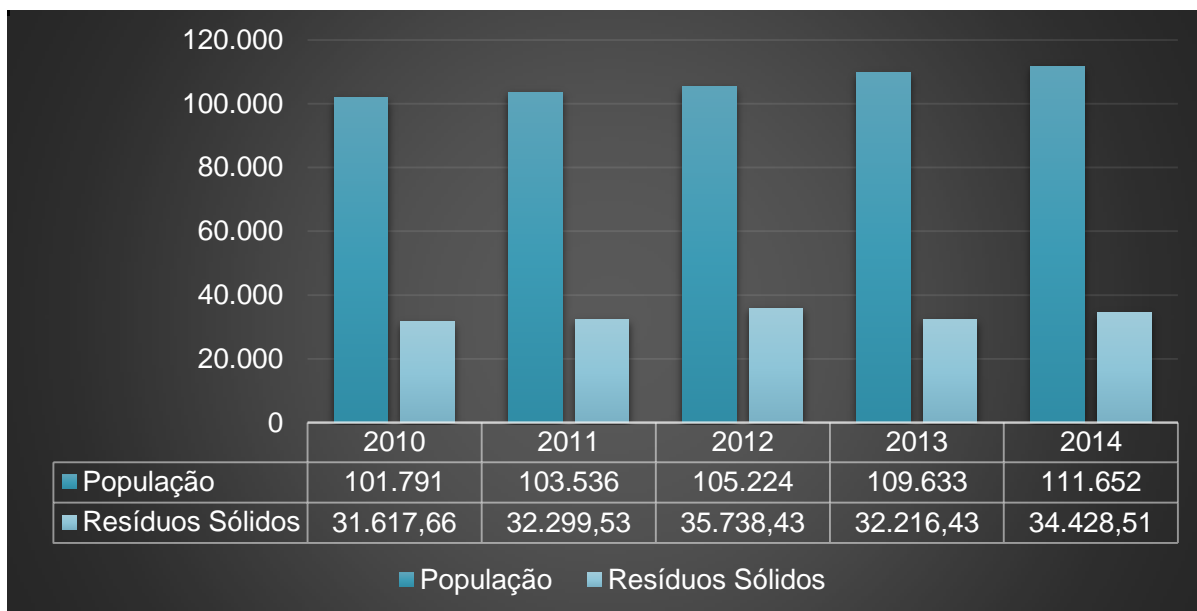
**Fonte:** Financial Ambiental (2014).

No decorrer dos últimos 10 (dez) anos, a cidade de Três Lagoas – MS registrou um aumento populacional significativo com a implantação de várias empresas, gerando novas oportunidades de trabalhos e, sobretudo, pessoas que não residiam no município passou a residir nele. Como a urbanização foi crescente, consequentemente houve também um aumento na geração de resíduos.

Contudo, elaborou-se uma análise com os dados dos resíduos sólidos gerados entre os anos de 2010 a 2014 com o número de habitantes do município. Esta correlação permite observar à taxa de crescimento da população, conforme demonstra o gráfico 2.

O gráfico 2 demonstra um aumento no número de habitantes em relação a produção de resíduos sólidos. Esse crescimento pode estar relacionado à implantação de indústrias existentes no município. A cidade de Três Lagoas – MS é considerada um polo atrativo para grandes indústrias, por sua localização, disponibilidade de área e meios de transporte, além de insumos e prestadores de serviços, fazendo com que haja a possibilidade de variação populacional de forma

pontual e acentuada, não necessariamente obedecendo a uma simulação matemática.



**Gráfico 3:** Variação de resíduos sólidos gerados relacionado ao aumento populacional no ano de 2010 ao ano de 2014.

**Fonte:** IBGE (2015) e Financial Ambiental (2014).

Com o reflexo do crescimento populacional, ocorreu uma notável variação no volume de resíduos gerados, porém essa variação logo se estabiliza e varia pouco de 2008 a 2010 (ver gráfico 1), quando então inicia um aumento considerável sem que a população tenha seu número significativamente alterado. Essa variação no volume de resíduos pode significar um aumento do poder aquisitivo da população em geral.

## 2 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS

As equações diferenciais ordinárias de primeira ordem contêm somente derivadas ordinárias de uma ou mais variáveis dependentes, em relação a uma única variável independente e podem ser classificadas quanto ao tipo, a ordem e a linearidade.

Em 1837, foi criado o projeto de Verhulst que relatava que o crescimento da população era limitado por um fator, ou seja, é a capacidade de sustentação do meio ambiente (SANTOS, 2011).

Destarte, em 1978, Thomas Malthus criou um modelo de crescimento populacional. Ele dizia que a taxa da população de um país cresce em um determinado instante onde é proporcional a população total naquele instante. Esse modelo é recomendado a utilizar no crescimento de pequenas populações, em certo intervalo de tempo (TAVONI; OLIVEIRA, 2013).

Para apresentar uma aplicação de equações diferenciais relacionado ao crescimento populacional em relação aos resíduos sólidos, basta utilizar o modelo de Thomas Malthus, que tem o objetivo calcular o crescimento demográfico em curto prazo, correspondente entre 10 (dez) a 20 (vinte) anos. A função apropriada referente para definir a população é da forma:

$$\frac{dP}{dt} = K \cdot P$$

Estabelece uma taxa de variação da população  $P$  em relação ao  $t$  (tempo), e o  $K$  que é uma constante de proporcionalidade. Se  $K > 0$  significa que houve crescimento e se  $K < 0$  significa que houve um decaimento. Se  $k > 0$  a população cresce e continua a expandir para  $\infty$ , e se  $K < 0$  a população se reduzirá, significa que ocorrerá extinção da população naquela região (SANTOS, 2011).

Para realizar a equação, pode utilizar também equação com variáveis separáveis, como:

$$\frac{dP}{dt} = k \cdot P$$

$$\ln(P) = kt + C$$

$$e^{\ln(P)} = e^{kt+C}$$

$$P(t) = C_1 e^{kt}$$

De acordo com o modelo de Malthus, a equação demonstrada acima pode ser escrita de outra maneira, porém a função será a mesma de descobrir o crescimento de certa região, conforme a fórmula:

$$\frac{dA}{dt} = k \cdot A_0$$

$$\frac{dA}{dt} = -k \cdot A_0 = 0$$

$$\mu = e^{\int -k dt} = e^{-kt}$$

$$e^{-kt} \frac{dA}{dt} - k \cdot A_0 e^{-kt} = 0$$

$$\int \frac{d}{dt} [A_0 \cdot e^{-kt}] = \int 0$$

$$A_0 \cdot e^{-kt} = C$$

$$A_0 = \frac{C}{e^{-kt}}$$

$$A_0 = C \cdot e^{kt}$$

Após a aplicabilidade, será feito uma comparação com os dados do número de habitantes do município de Três Lagoas – MS obtidos pelo IBGE nos anos de 2010 a 2014 (ver gráfico 2). Em seguida, será feito a comparação com os dados da quantidade de resíduos sólidos com os dados obtidos pela empresa Financial Ambiental, nos mesmos anos citados acima (ver gráfico 2).

As equações determinam os resultados experimentais que mostram taxas proporcionais de acordo com o tempo. A equação diferencial envolve análise de taxa de variação, que geralmente é descrito por meio da noção da derivada, com o objetivo de observar o ponto de vista qualitativo e quantitativo (PUGENS; SILVA; FERNANDES, 2012).

### 3 METODOLOGIA

Os discentes do 4º período do curso de Engenharia Ambiental e Sanitária da instituição das Faculdades Integradas de Três Lagoas – AEMS elaboraram este

artigo com o objetivo de mostrar a importância das equações diferenciais ordinárias, referente ao crescimento populacional em relação aos resíduos sólidos.

Para tanto, classifica-se os tipos de pesquisas utilizadas para a elaboração deste trabalho, assim como às técnicas de coleta e obtenção de dados.

Do ponto de vista da sua natureza, a pesquisa é aplicada. A pesquisa aplicada tem por objetivo “gerar conhecimento para aplicação prática dirigida à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais” (PRODANOV; FREITAS, 2013, p.51).

Quanto à forma de abordagem do problema, a pesquisa pode ser classificada como qualitativa e quantitativa. “Na pesquisa qualitativa todos os pesquisadores são reconhecidos como sujeitos que elaboram conhecimento e produzem práticas capazes de intervir nos problemas que identificam” (NASCIMENTO, 2008, p. 132).

Já Prodanov e Freitas (2013, p.70) explicam que, a pesquisa quantitativa “considera que tudo pode ser quantificável, o que significa traduzir em números opiniões e informações para classificá-las e analisá-las”.

Do ponto de vista dos objetivos gerais, considera a pesquisa como exploratória. As “pesquisas exploratórias são desenvolvidas com o objetivo de proporcionar visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato. Este tipo de pesquisa é realizado especialmente quando o tema escolhido é pouco explorado” (GIL, 2009, p. 27).

Os procedimentos técnicos de investigação podem ser caracterizados como: pesquisa bibliográfica e pesquisa documental. Fonseca (2002, p.32), explica a diferença entre ambas:

A pesquisa documental trilha os mesmos caminhos da pesquisa bibliográfica, não sendo fácil por vezes distingui-las. A pesquisa bibliográfica utiliza fontes constituídas por material já elaborado, constituído basicamente por livros e artigos científicos localizados em bibliotecas. A pesquisa documental recorre a fontes mais diversificadas e dispersas, sem tratamento analítico, tais como: tabelas estatísticas, jornais, revistas, relatórios, documentos oficiais, cartas, filmes, fotografias, pinturas, tapeçarias, relatórios de empresas, vídeos de programas de televisão, etc.

Para a coleta e obtenção dos dados, realizaram-se pesquisas bibliográfica e documental para obter a parte qualitativa e quantitativa das equações diferenciais, e

assim garantir a aplicação das projeções matemáticas dos resíduos sólidos no município.

A partir dos dados obtidos, foram realizados os cálculos das equações diferenciais ordinárias, onde foi observada a taxa de variação dos resíduos sólidos e da população, com isso pode ser descoberto a estimativa de quantidade de resíduos sólidos daqui alguns anos.

#### 4 APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Em 2012, o município de Três lagoas – MS possuía cerca de 105.224 (cento e cinco mil, duzentos e vinte e quatro) habitantes (IBGE, 2015). Considerando a taxa de crescimento de 3% ao ano até 2014, foi calculado quantos habitantes terá daqui há 10 (dez) anos.

Esse cálculo pode ser realizado através da equação  $A(t) = A_0 \cdot e^{kt}$ , onde  $A_0$  é o número inicial de habitantes correspondente do ano de 2012, ou seja, é a população de 2012,  $k$  é a constante que será descoberta para a realização de outro cálculo e  $t$  corresponde ao tempo entre 2012 a 2014.

$$111.537,44 = 105.224,00 \cdot e^{2k}$$

$$e^{2k} = \frac{111.537,44}{105.224,00}$$

$$e^{2k} = 1,06$$

$$\ln(e^{2k}) = \ln(1,06)$$

$$2k = 0,058268908$$

$$k = \frac{0,058268908}{2}$$

$$k = 0,029134454$$

Após obter o valor da constante  $k$ , pode ser calculado a quantidade de habitantes que poderá haver daqui 10 (dez) anos. Substituindo pela a equação  $A_0 \cdot e^{kt}$ , na qual  $A_0$  é o valor inicial de habitantes que corresponde ao número de habitantes em 2012, o  $k$  é o valor que obteve na equação anterior, e o

tempo  $t$  é o número de anos utilizado para realizar a estimativa do futuro, no caso daqui 10 (dez) anos.

Assim, para estimar a quantidade de habitantes daqui 10 (dez) anos, será calculado pela seguinte forma:

$$A(10) = 105.224,00 \cdot e^{0,029134454 \cdot 10}$$

$$A(10) = 105,224,00 \cdot 1,338225577$$

$$A(10) = 140.813,44$$

A população do município será aproximadamente 140.813 (cento e quarenta mil, e oitocentos e treze) habitantes, ou seja, em 2024 a cidade obterá respectivamente esta quantidade de população, conforme os dados obtidos.

A quantidade de resíduos sólidos no final de 2011 no município de Três Lagoas – MS foi de 32.299,54 (trinta e dois mil, duzentos e noventa e nove, cinqüenta e quatro) toneladas, e em 2014, foi de 34.428,51 (trinta e quatro mil, quatrocentos e vinte e oito, e cinquenta e um) toneladas (FINANCIAL AMBIENTAL, 2014).

Considerando a taxa de crescimento dos resíduos sólidos constante, poderá ser elaborada a equação diferencial referente à quantidade de resíduos sólidos respectivamente daqui 10 anos, conforme a equação abaixo:

$$A_0 \cdot e^{kt} = 34.428,51$$

$$32.299,54 \cdot e^{3k} = 34.428,51$$

$$e^{3k} = \frac{34.428,51}{32.299,54}$$

$$e^{3k} = 1,063913652614$$

$$\ln(e^{3k}) = \ln(1,063913652614)$$

$$3k = 0,063832321163$$

$$k = \frac{0,063832321163}{3}$$

$$k = 0,021277440388$$

Depois de realizar o cálculo para descobrir a constante  $k$ , pode ser calculado a quantidade estimada de resíduos sólidos daqui 10 (dez) anos. Substituindo na equação  $A_0 \cdot e^{kt}$ , na qual  $A_0$  é o valor inicial da quantidade de resíduos sólidos, o  $k$  é o valor que obteve na equação anterior e  $t$  é o número de anos (no caso, 10 anos). A equação será:

$$A(10) = 32.299,54 \cdot e^{0,02127 \cdot 10}$$

$$A(10) = 32.299,54 \cdot 1,23$$

$$A(10) = 39.957,93$$

Portanto, a quantidade de resíduos sólidos daqui 10 anos será de aproximadamente 39.958 (trinta e nove mil, novecentos e cinquenta e oito) toneladas, ou seja, para o ano de 2024 teremos esta estimativa de resíduos sólidos.

Em 2024, a população será aproximadamente 140.813 (cento e quarenta mil, e oitocentos e treze) habitantes com uma estatística de 39.958 (trinta e nove mil, e novecentos e cinquenta e oito) toneladas de resíduos sólidos.

Assim, a taxa de aumento dos resíduos sólidos é de estatisticamente 12% em 4 (quatro) anos proporcionalmente. Sabe-se que os resíduos sólidos gerados em 2010 foram de 31.617,66 (trinta e um mil, seiscentos e dezessete, sessenta e seis) toneladas (FINANCIAL AMBIENTAL, 2014). Com esses dados, pode ser descoberto a quantidade de resíduos gerados daqui 15 anos (2025).

Para a realização dos cálculos matemáticos é necessário descobrir porcentagem em número de resíduos sólidos gerados em 2010 a 2014, onde teve um aumento de 12% em 4 (quatro) anos:

$$A_0 = 31.617,66 \text{ em 4 anos aumenta } 12\% = 31.617,66 + 37.94,1192 = 35.411,7792$$

$$31.617,66 e^{4k} = 35.411,7792$$

$$e^{4k} = \frac{35.411,7792}{31.617,66}$$

$$e^{4k} = 1,12$$

$$\ln(e^{4k}) = \ln(1,12)$$

$$4k = 0,113328685$$

$$k = \frac{0,113328685}{4}$$

$$k = 0,028332171$$

Tendo a constante de referência  $k$ , calcula-se a quantidade de resíduos sólidos que poderá haver daqui 15 (quinze) anos. Substituindo na equação  $A_0 \cdot e^{kt}$ . Demonstrada por  $A_0$  é o valor inicial de resíduo, no caso o número de resíduo sólido em 2010, o  $k$  é o valor que obteve na equação anterior e  $t$  é o número de anos, no caso 15 (quinze) anos. Para descobrir quantidade resíduo sólido daqui 15 anos, será calculado pela seguinte forma:

$$P(15) = 31.617,66 \cdot e^{0,02833 \cdot 15}$$

$$P(15) = 31.617,66 \cdot 1,52$$

$$P(15) = 48.361,226$$

O número de resíduos sólidos daqui 15 (quinze) anos será de aproximadamente 48.36,226 (quarenta e oito mil, trezentos e sessenta e um, duzentos e vinte e seis) toneladas, ou seja, em 2025 teremos essa quantidade estimada de resíduos sólidos.

Visto a importância do uso das equações diferenciais ordinárias, conclui-se que com o uso do modelo de crescimento exponencial pode ser realizado vários cálculos à taxa de variação em relação ao tempo, assim pode ser elaborado os cálculos e prever a quantidade da população, resíduos sólidos ou outro fator daqui alguns anos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Utilizando os cálculos das equações diferenciais ordinárias, pode ser obtido o valor estimado de crescimento demográfico e resíduos sólidos gerados no município de Três Lagoas – MS. A estimativa calculada sobre o crescimento populacional e de resíduos sólidos está relacionada com a quantidade de resíduos gerados para o futuro, onde visa realizar taxas exponenciais, e assim, proporcionar uma visão para os próximos anos. Com a elaboração das equações obteve estatisticamente resultados importantes, podendo ser utilizado pelos gestores para elaboração de projetos que contribuem para a redução de resíduos.

Os cálculos matemáticos são de grande importância na utilização e compreensão deste estudo, pois projetam o futuro do crescimento populacional e dos resíduos sólidos gerados. No município de Três Lagoas – MS, a taxa de variação cresce com o passar dos anos, proporcionando um aumento de resíduos sólidos. Os resultados apurados constitui um instrumento de valor para pesquisadores, estudantes, poder público e sociedade, envolvidos com o meio ambiente, em especial nas atividades de planejamento ambiental. É necessário planejar e adotar medidas para redução destes resíduos. Portanto, cabe ao poder público e a sociedade, proporcionar meios de reduzir o lixo e medidas cabíveis para evitar futuros problemas de poluição e contaminação do ecossistema urbano.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 10.004 – **Resíduo Sólido**.

BRASIL. Lei nº 12.305, de 02 de agosto de 2010. **Institui a Política Nacional de Resíduos Sólidos**. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2007-2010/2010/lei/12305.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2010/lei/12305.htm). Acesso em 10/05/2015.

FINANCIAL AMBIENTAL. Plano de Gerenciamento Integrado de Resíduos Sólidos. Prefeitura Municipal de Três Lagoas – MS: Três Lagoas/MS, 2014.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2009.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Censo Demográfico 2010.** Informações socioeconômicas, município de Três Lagoas/MS. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/cidadesat/topwindow.htm?1>>. Acesso em: 10 mar. 2015.

NASCIMENTO, D. M. do. **Metodologia do trabalho científico:** teoria e prática. 2ª ed. Belo Horizonte: Fórum, 2008.

PUGENS, P.B; SILVA, F. J; FERNANDES, R. R. **Modelos matemáticos que descrevem o crescimento populacional: aplicados e contextualizados aos dados do município de Osório.** Revista modelo - FACOS/CNEC Osório – 2012.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. de. **Metodologia do trabalho científico:** Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho científico. 2ª ed. Novo Hamburgo, RS: Universidade Feevale, 2013.

SANTOS. J. R. **Introdução às Equações Diferenciais.** Departamento de Matemática-ICEx – Universidade federal de Minas Gerais 2011.

TAVONI, R; OLIVEIRA, Z. R. **Os modelos de crescimento populacional de Malthus e Verhulst:** uma motivação para o ensino de logaritmos e exponenciais. Departamento de matemática, UNESP/RC – 2013.