

## DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO NUMÉRICO LAGRANGEANO NA DETERMINAÇÃO DE ALTURAS DE ONDAS DE IMPACTO EM MEIOS LÍQUIDOS

Joel R. G. Vasco<sup>12\*</sup>, André L. O. Souza<sup>1</sup>, Geraldo de F. Maciel<sup>1</sup> e Carlos R. Minussi<sup>2</sup>

1: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM)  
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS)  
Universidade Estadual Paulista (Unesp)  
Alameda Bahia, 550, 13585-000, Ilha Solteira - São Paulo - Brasil  
e-mail: {joel, maciel}@dec.feis.unesp.br, andre.engenheiro@gmail.com, web:  
<http://www.dec.feis.unesp.br/ondasgravitacionais>

2: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)  
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS)  
Campus III, 13585-000, Ilha Solteira - São Paulo - Brasil  
e-mail: minussi@dee.feis.unesp.br, web: <http://www.dee.feis.unesp.br>

**Palavras chave:** simulação numérica, métodos lagrangeanos, SPH, impacto hidrodinâmico, onda de submersão

**Resumo.** *Este trabalho trata da simulação numérica de ondas de gravidade geradas por impacto de massas sólidas fragmentadas em meio líquido, através de métodos Lagrangeanos. Sabe-se da complexidade do processo de transferência de quantidade de movimento do material deslizante para o meio líquido, até a formação da onda de submersão. Sendo assim, para representar o fenômeno em tela, lança-se mão da técnica numérica SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics), que é capaz de lidar com grandes distorções de geometria e materiais de comportamentos distintos. Para avaliação do modelo numérico desenvolvido, ensaios físicos foram executados no Laboratório de Hidráulica da Universidade Estadual Paulista (Unesp, Ilha Solteira, Brasil), com materiais granulares (esferas de vidro), em um canal de ondas provido de rampa. Pela rampa, o material granular desliza e impacta o meio líquido inicialmente em repouso, gerando a onda de submersão. Foram avaliados, a fim de comparação entre o modelo numérico e os resultados experimentais: o campo de velocidades do material granular incidente (centro de massa) e a altura da onda. Através das comparações efetuadas, pode-se confirmar a capacidade do modelo numérico em bem representar o fenômeno físico, tanto em termos de quantidade de movimento e energia transferidas ao meio líquido quanto da dinâmica do material deslizante.*

## 1 INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO

O estudo da queda de material granular ou fragmentado em meios líquidos surge da necessidade de se estimar a altura da onda gerada. Em outras palavras, procura-se avaliar o processo de transferência de energia mecânica do material deslizante para o meio líquido. Devido à quantidade de energia envolvida e a capacidade para efeitos danosos, desde a metade do século passado, pesquisadores vêm desenvolvendo e aprimorando métodos para estimação da altura de onda gerada por deslizamento, a despeito da complexidade intrínseca do fenômeno. Isso se deve, também, pela quantidade de acidentes reportados, alguns conhecidos mundialmente. Faz-se, na sequência, um breve relato dos acidentes mais relevantes encontrados na literatura.

### 1.1 Acidentes de envergadura mundial

A baía de Lituya situa-se na costa sul do Alasca, Estados Unidos. Em 1958, um intenso tremor de terra que durou de 1 a 4 minutos e alcançou a magnitude de 8,3 na escala Richter, fez com que um volume de rocha de aproximadamente  $30,6 \times 10^6 \text{ m}^3$  adentrasse na baía. A onda formada atingiu uma floresta a 524 m acima do nível da baía, e que foi totalmente destruída. Nesse cenário extremo, especula-se que os efeitos sísmicos tenham contribuído para a geração de uma onda de tal altura. Porém, acredita-se que o deslocamento do material sólido para a baía foi o fator determinante na formação da onda gigante.

Em 1960 foi construída uma barragem, no rio Vajont, a aproximadamente 100 km ao norte de Veneza, Itália. Três anos mais tarde, ocorreu um grande deslizamento, que causou uma verdadeira catástrofe. O fato ocorreu quando a capacidade volumétrica da barragem era pouco maior que dois terços da capacidade total. Um volume deslizante de rocha de aproximadamente  $0,27 \text{ km}^3$  penetrou quase horizontalmente no reservatório, gerando uma onda que alcançou a Vila de Casso, situada a 270 m acima do nível da água e 245 m da crista mais alta da barragem. A inundação causou destruição nas vilas de Longarone, Pirago, Villanova, Rivalta e Fae.

### 1.2 Acidentes de envergadura nacional - Brasil

O reservatório de Furnas está localizado a aproximadamente 300 km a sudoeste de Belo Horizonte. Devido às instabilidades detectadas nas encostas do morro dos Cabritos, massas sólidas deslizavam até o reservatório, provocando ondas capazes de romper cabos de 0,5 polegada (segundo reportado em [4]). Temendo que acontecesse o escorregamento de massas sólidas com maior volume para o reservatório, foi proposto um estudo em modelo reduzido (escala 1:75), na década de 80, que incluíram medidas de contenção e proteção das encostas.

Há, também, notícias de deslizamentos de terra nos reservatórios de Paraibuna (São Paulo) e Paraitinga (Rio de Janeiro) [4].

Assim exposto, e devido à série de consequências causadas por fenômenos de impacto em

maior ou menor magnitude, torna-se importante quantificar seus riscos potenciais, que estão diretamente ligados à energia da onda (ou seja, sua altura). A energia que a onda adquire depende da quantidade de movimento da massa deslizando e agrega fatores tais como velocidade de queda e massa deslocada.

## 2 ESTADO DA ARTE

A solução clássica para as ondas geradas por uma elevação ou depressão da superfície livre com velocidade inicial nula foi inicialmente formulada por Cauchy-Poisson. A partir destes resultados, Unoki e Nakano [20] realizaram um estudo bidimensional com perturbação inicial agindo sobre uma superfície limitada e de profundidade infinita. Tal trabalho foi utilizado no cálculo de tsunamis oriundas de maremotos.

Os estudos tridimensionais de Kranzer e Keller [6] foram realizados no intuito de determinar os efeitos de ondas geradas por explosões na vizinhança da superfície livre. Estes estudos também baseados na teoria linear das ondas de gravidade nos fornecem formulações diretas que permitem determinar alturas de ondas (em primeira aproximação) produzidas por impulsões localizadas em meio fluido de profundidade finita.

Os estudos teóricos de Kranzer e Keller foram testados experimentalmente por Prins [16]. Os ensaios tiveram como objetivo a geração de ondas através de uma perturbação local na superfície livre (em outras palavras, despreza-se a velocidade de impacto). Dentre os principais resultados alcançados por Prins pode-se citar a dependência entre a amplitude da perturbação inicial e a profundidade local e o comprimento do deslizamento com a profundidade local.

O estudo de Noda retoma os resultados de Kennard (*apud* [14]), que resolveu o problema de uma parede se deslocando dentro do meio líquido. Tal deslocamento pode ser horizontal (como um gerador de ondas tipo pistão) ou vertical (como um gerador de ondas tipo cunha). Noda estudou o problema sob algumas hipóteses simplificadoras, permitindo estabelecer equações para a amplitude máxima da onda, tanto para o deslocamento vertical quanto horizontal. Uma importante contribuição de Noda [14] é a consideração das características cinemáticas do material deslizando, incorporada posteriormente por vários outros autores. Entretanto, algumas hipóteses utilizadas pelo autor são demasiadamente restritivas, como desprezar o efeito de *splash* (espirro da água).

A proposta de trabalho de Kamphuis e Bowering [5] é tratar o problema de geração de ondas por impacto localizado de forma inteiramente experimental. Sua metodologia baseia-se na análise dimensional seguida de experimentação física. Os autores, ao final do estudo, estabelecem uma equação para a envoltória da onda máxima gerada, em função do número de Froude do material deslizando no impacto (Froude de impacto), as grandezas geométricas do bloco e o volume deslizando por unidade de largura.

Huber [3] realizou uma série de ensaios de laboratório, com vistas ao estudo de avalanches e deslizamentos em alguns lagos suíços. Utilizando materiais granulares, Huber leva em conta o número de deslocamento  $M_d$  ( $M_d = Vol/(bh_0^2)$ , sendo  $Vol$  o volume do deslocamento,  $b$  a largura do canal e  $h_0$  a lâmina normal) como grandeza característica, relegando

ao número de Froude um efeito secundário. Dessa forma, Huber anuncia que a onda gerada sofre maior influência pelas características geométricas do deslizamento, e em menor grau pelas características cinemáticas.

Wiegel [23] baseia-se na teoria da onda solitária para desenvolver seu modelo, associando a energia contida na onda gerada pelo impacto localizado com a energia potencial disponível do deslizamento. Wiegel limita em 2% da energia potencial disponível à geração da onda. Como material deslizante, o autor utilizou blocos de geometria variada (e sempre submersos) em um modelo reduzido de um reservatório. Vale ressaltar que o método apresenta, contudo, uma certa fragilidade quanto à limitação de 2% no balanço energético entre o deslizamento e a onda formada. Uma série de experimentos realizados por Maciel [9] chegou a coeficientes que variaram entre 5% a 15% da energia cinética incidente.

A técnica de Slingerland e Voigth [18] é inteiramente tridimensional, pois o interesse deste estudo foi diagnosticar o deslizamento de terra a montante do dique de Kooconusa, Estados Unidos. A maquete foi concebida na escala 1/200 com comprimento de 13 m e o escorregamento simulado por sacos de 0,002 m<sup>3</sup> contendo ferro e chumbo, deslizando sobre um plano inclinado. Com base nestes dados, os autores correlacionaram a energia cinética no impacto com as amplitudes de ondas, através de um funcional que depende de alguns grupos adimensionais. Apesar do grande número de ensaios realizados, os resultados são ainda de aplicação restrita, uma vez que estão compromissados com as características específicas do modelo de reservatório utilizado.

Sabatier [17] trata o problema de ondas de submersão por uma aproximação teórica. O autor parte de uma modelação baseada na teoria linear, da mesma maneira que Unoki e Nakano [20] e Kranzer e Keller [6], salvo para o tratamento das condições de contorno. Sabatier leva em consideração a evolução do fundo (campo de velocidades). O autor estabelece, então, a expressão da posição da superfície livre em função da evolução do fundo, evidenciando dois casos de perturbações: rápidas e lentas. Cabe salientar, entretanto, que para queda de blocos e deslizamentos de terra, a aproximação não é completa.

Maciel [9], dentre muitas outras validações de formulações e realização de experimentos, utilizou duas técnicas, em modelo numérico, para a simulação de geração de ondas devido a deslizamento impactando em meio líquido. A primeira técnica implementada pelo pesquisador no Modelo de Saint Venant leva em consideração a geração da onda como resultado do balanço entre o atrito na interface deslizamento/líquido, deslizamento/canal associado a uma modificação da topografia do fundo, devido à intrusão de massa sólida. Esta teoria, inicialmente proposta por Raney e Butler (*apud* Maciel [9]), foi operacionalizada por Maciel.

A segunda técnica leva em consideração a geração da onda pela diferença de entrada de uma vazão líquida proporcional à vazão sólida correspondente ao deslizamento. O coeficiente de proporcionalidade é determinado experimentalmente.

Dando continuidade aos estudos de Maciel, Nascimento [13] operacionalizou um modelo numérico a partir das equações de Serre, tendo validado as mesmas para o caso de deslizamento de blocos indeformáveis. O autor fez uma comparação de seus resultados ex-

perimentais e numéricos para validação do seu modelo numérico. Nascimento também avaliou as taxas de transferência de energia do bloco indeformável deslizante para a água e encontrou valores entre 1 a 14%, não ultrapassando os encontrados por Huber [3] para materiais granulares de 20%, tampouco os de Maciel [9] de 15%.

Fritz [2], estudou a fase inicial das ondas geradas por deslizamento. Para tanto utilizou material granular com diâmetro médio dos grãos de 4 mm e  $\rho_s = 1620 \text{ kg/m}^3$ . O autor utilizou a tecnologia PIV (*Particle Image Velocimetry*), possibilitando o estudo dos campos de velocidades do material deslizante através da cinemática das partículas. Fritz apresentou duas importantes contribuições: a previsão da máxima crista de onda gerada por um deslizamento e o volume da primeira onda a uma distância conhecida.

Carvalho e Carmo [1] realizaram um estudo numérico e experimental sobre ondas geradas por deslizamentos. Neste estudo, os autores ensaiaram o deslizamento de blocos de calcário de volume variável em um canal, provido de rampa de lançamento. Através dos experimentos, Carvalho e Carmo validaram dois modelos numéricos apresentados: um baseado nas equações de Navier-Stokes para a conservação de massa e quantidade de movimento, bidimensional e outro, baseado nas equações de Boussinesq, unidimensional. Souza [19] retoma os trabalhos de Maciel [9], agora considerando o impacto de materiais granulares. O autor utilizou a metodologia numérica, a partir de alterações no modelo de Nascimento [13] e experimental, através de ensaios de queda de material fragmentado em canal. Entretanto, o modelo numérico utilizado por Souza sofre com várias limitações impostas pela técnica de volumes finitos. Uma dessas, por exemplo, é que o modelo numérico considera o material deslizante apenas na fase submersa.

Vale, por fim, ressaltar que o estado da arte aqui relatado aponta a um conjunto de trabalhos da literatura, de natureza semi-empírica e de modelagem matemática, que têm como elemento comum suas aplicabilidades em problemas de Engenharia.

### 3 OBJETIVOS

O objetivo do trabalho em tela é, a despeito dos trabalhos de ordem numérica, da literatura, em diferenças finitas e volumes finitos, efetuar a simulação numérica do fenômeno de deslizamento de material fragmentado (representado experimentalmente por esferas de vidro), através da técnica Lagrangeana SPH. O desempenho geral do código desenvolvido pela equipe de trabalho será avaliado através da comparação numérico-experimental da dinâmica do material deslizante (velocidade do centro geométrico) e da altura da onda de submersão gerada.

### 4 METODOLOGIA

Devido à necessidade de ensaios para validação do modelo numérico, esta seção será dividida em duas partes: procedimento experimental e numérico. No procedimento experimental, será feito um relato do aparato experimental utilizado e como os dados foram obtidos. Já no procedimento numérico, será feita uma breve revisão das equações do

método SPH.

#### 4.1 Procedimento experimental

Os ensaios deste trabalho foram realizados no Laboratório de Hidráulica da Unesp, Ilha Solteira, em um canal de ondas com 0,30 m de largura, 0,50 m de altura e 10 m de comprimento. Para o lançamento do material deslizante foi instalada uma rampa metálica, com um ângulo de inclinação de  $30^\circ$  e uma transição suave até o fundo do canal. A rampa foi dotada de um fechamento acrílico nas laterais para evitar a fuga de material. A comporta que mantém o material condicionado à rampa é aberta mecanicamente por meio de um solenoide. A figura 1 mostra um panorama do aparato experimental.

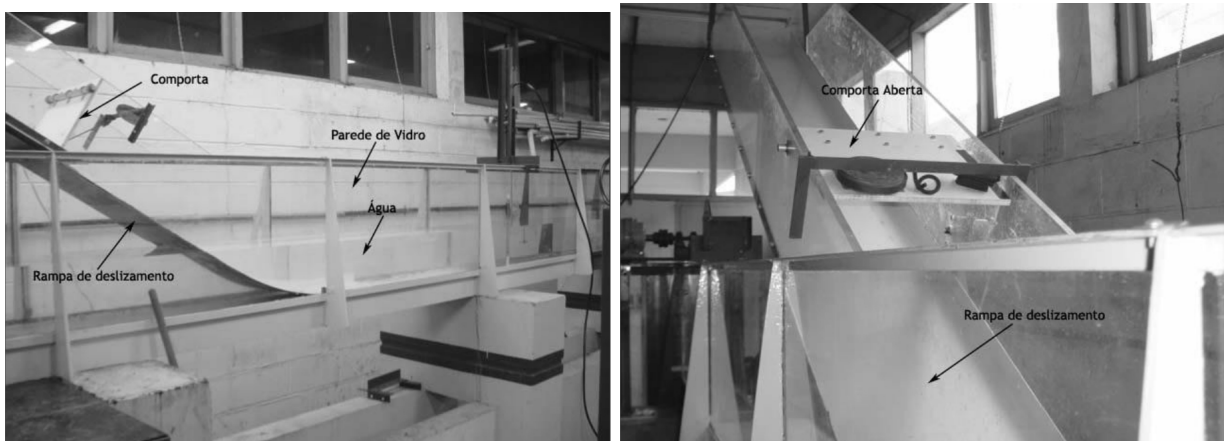


Figura 1: À direita, pode-se ver o canal de ondas onde os ensaios foram efetuados e à esquerda, um detalhe da rampa de lançamento de material deslizante com comporta aberta.

O material deslizante utilizado é composto por esferas de vidro. As esferas apresentam uma boa esfericidade, com um diâmetro médio de 19,88 mm ( $\pm 0,1$  mm) e massa específica de  $2530 \text{ kg/m}^3$  ( $\pm 250 \text{ kg/m}^3$ ). A altura da onda gerada é medida através de sondas capacitivas micro-controladas.

Para a determinação do campo de velocidades da massa deslizante no meio líquido, foi utilizada a técnica de cinematografia. Os ensaios eram gravados com uma filmadora profissional JVC GY-DV500U, que possui o sistema de cor NTSC (imagens com resolução de  $720 \times 480$  pixels). Os vídeos obtidos foram convertidos em imagens estáticas para tratamento em programa vetorial. Esse tratamento envolve a determinação do centro geométrico do material deslizante, a velocidade do centro geométrico e a velocidade da frente do material deslizante. As velocidades foram obtidas a partir da distância percorrida entre uma imagem e outra, e sabendo-se que o intervalo entre fotografias é de  $1/30$ s (considerando uma aproximação do padrão NTSC), foi possível a obtenção de uma velocidade média no percurso. A figura 2 ilustra a obtenção da velocidade da frente do

deslizamento.

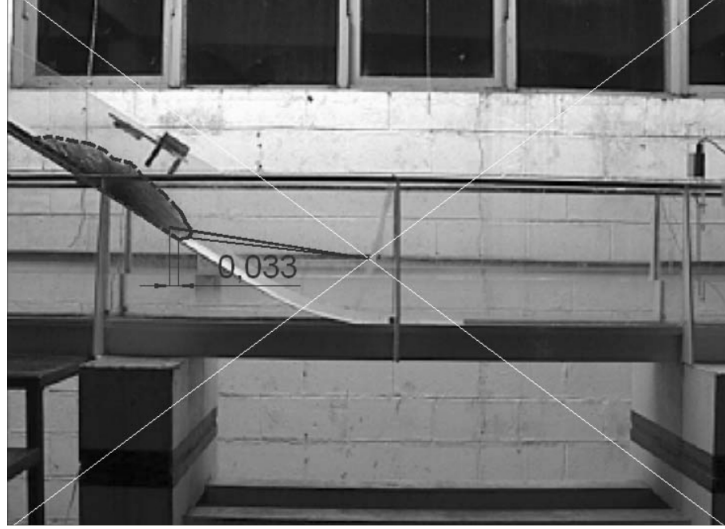


Figura 2: Procedimento para determinação da velocidade da frente do deslizamento pelo tratamento de imagens sucessivas.

## 4.2 Procedimento numérico: o método SPH

De modo a representar a onda gerada pela queda de material fragmentado, utiliza-se o método numérico SPH, de características Lagrangeanas, particulado e sem malha (*mesh-free*). A escolha decorre, principalmente, da capacidade do SPH em tratar problemas com grandes distorções no domínio fluido. O código utilizado para realização das simulações foi desenvolvido pela equipe de trabalho e validado para alguns casos de escoamentos de fluido ideal, como a geração e quebra de ondas [22] e impacto hidrodinâmico [21].

O princípio fundamental do método SPH consiste em aproximar uma função qualquer usando a teoria dos integrais de interpolação. O integral de interpolação de uma função  $\phi(\vec{r})$  é dada pela equação 1:

$$\phi(\vec{r}) = \int_{\Omega} \phi(\vec{r}') W(\vec{r} - \vec{r}', h) d\vec{r}', \quad (1)$$

onde  $\Omega$  representa o domínio de integração (domínio fluido),  $\vec{r}$  e  $\vec{r}'$  representam a posição,  $W$  é o núcleo de suavização e  $h$  determina a dimensão do suporte de  $W$  e é denominado de comprimento de suavização (*smoothing length*). A equação 1 será uma boa aproximação desde que a função  $W$  apresente características da função impulso ou delta de Dirac (no limite em que  $h \rightarrow 0$ ).

Pode-se representar a equação 1 por meio de um somatório, transferindo as grandezas do domínio contínuo para o domínio discreto (particulado). Sendo assim, a aproximação da

função  $\phi$  associada à partícula  $i$  é dada por:

$$\phi_i = \sum_j m_j \frac{\phi_j}{\rho_j} W_{ij}, \quad (2)$$

onde os índices  $i$  e  $j$  representam as partículas,  $\phi_i = \phi(\vec{r}_i)$  e as variáveis  $m$  e  $\rho$  representam, respectivamente, a massa e a massa específica.  $W_{ij} = W(\|\vec{r}_i - \vec{r}_j\|, h)$  é o valor da função de interpolação no ponto  $(\|\vec{r}_i - \vec{r}_j\|)$ . Sabe-se que, normalmente, o erro na aproximação que resultou a equação 2 é da ordem de  $O(h^2)$ , podendo ser melhorado com uma função  $W$  específica [11].

#### 4.2.1 Núcleo de suavização

O núcleo de suavização é uma função analítica e contínua, que pode ser diferenciada sem necessitar de uma malha espacial. A diferenciabilidade do núcleo de suavização é um fator importante, uma vez que a aproximação do gradiente de uma função qualquer  $(\vec{\nabla}\phi)$  é dada por:

$$(\vec{\nabla}\phi)_i = \sum_j m_j \frac{\phi_j}{\rho_j} \nabla_i W_{ij}. \quad (3)$$

Ou seja, as derivadas da função no SPH são calculadas através da derivação da função de suavização. Há um consenso geral de que o erro no cálculo de derivadas de funções (equação 3) é maior do que a aproximação de funções (equação 2) [11].

Algumas funções de núcleo de suavização apresentam uma característica desejável do ponto de vista numérico: suporte compacto. Isso significa que, depois de uma determinada distância, cessam-se as contribuições das partículas. Em outras palavras, o termo  $\sum_j$  é limitado a uma região de raio conhecido, o que melhora a eficiência do modelo com relação ao tempo computacional. Foi utilizado, neste trabalho, o núcleo de suavização bidimensional dado por [12]:

$$W(s) = \frac{7}{64\pi h^2} (1 + 2s)(2 - s)^4, \quad (4)$$

se  $s = \|\vec{r}_{ij}\|/h \leq 2$ , caso contrário  $W(s) = 0$ . Pode-se perceber que o raio que limita a influência do núcleo de suavização usado é  $r_W = 2h$ . Uma vez estabelecidas as bases do SPH, resta apresentar as equações, escritas na forma particulada, que serão resolvidas para o escoamento de fluido ideal simulado neste trabalho.

#### 4.2.2 Conservação da massa

Devido às características do sistema particulado, pode-se dizer que o balanço de massa é dispensável no SPH, uma vez que a massa das partículas é constante e, numa determinada simulação, não há acréscimo nem redução no número de partículas. No entanto, o

escoamento de fluidos como a água, no SPH, é considerado como fracamente compressível. Dessa forma, não se garante que a massa específica seja constante, tampouco  $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$ , sendo  $\vec{v}$  a velocidade do escoamento. Ou seja, resolve-se a equação:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \vec{\nabla} \cdot \vec{v}. \quad (5)$$

A equação 5, de acordo com a notação SPH, fica:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \rho_i \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \vec{v}_{ij} \cdot \vec{\nabla}_i W_{ij}, \quad (6)$$

usando a notação  $\vec{v}_{ij} = \vec{v}_i - \vec{v}_j$ .

### 4.2.3 Conservação da quantidade de movimento

A equação de conservação da quantidade de movimento, para um escoamento invíscido, num meio contínuo é dada por:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \vec{g} \quad (7)$$

Na forma particulada, a equação 7 fica:

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt} = \sum_j m_j \left( \frac{p_i p_j}{\rho_i \rho_j} + \Pi_{ij} + R_{ij} \right) \vec{\nabla}_i W_{ij} + \sum_k \left( \vec{f}_{ik} - m_k \Pi_{ik} \vec{\nabla}_i W_{ik} \right) + \vec{g}. \quad (8)$$

Pode-se notar que foram adicionados alguns termos à equação física original (equação 7).  $\Pi_{ij}$  é a viscosidade artificial e  $R_{ij}$  é um termo responsável para evitar algumas instabilidades do SPH [10], conhecidas como *tensile instabilities*. O segundo termo do segundo membro da equação 7 é responsável pela representação de fronteiras sólidas, como as paredes e o fundo do canal. Neste termo,  $k$  representa as partículas que fazem parte da fronteira.

As fronteiras sólidas no SPH são tratadas como proposto por Peskin (ou Sirovich, já que as fronteiras não são consideradas elásticas [12]). Segundo esses autores, não é feita uma analogia matemática das condição de contorno, mas sim adiciona-se um termo à equação fonte (quantidade de movimento) cujo efeito global seja o mesmo. Em outras palavras, não é feita uma compatibilidade cinemática correspondente à condição de contorno na fronteira ( $\vec{v}$  normal à parede nula), mas sim uma compatibilidade de forças. Sabe-se que com esse artifício, Peskin vem obtendo sucesso com seu Método de Fronteira Imersa (*Immersed Boundary Method*) na representação de sistemas cardiovasculares e aplicações na biomecânica em geral [15].

A viscosidade artificial utilizada nesse trabalho é dada por:

$$\Pi_{ij} = -\frac{\alpha \bar{c}_{ij} \bar{h}_{ij} \vec{v}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij}}{\bar{\rho}_{ij} \|\vec{r}_{ij}\|^2}, \quad (9)$$

onde  $\alpha$  é uma constante e  $\bar{c}_{ij} = 0,5(c_i + c_j)$  é a celeridade do som da partícula. Por razões de ordem numérica, o valor de  $c_i$  deve ser suficientemente alto para reduzir as oscilações de ordem numérica (ex: simulação de escoamentos ideais) e suficientemente baixo para permitir que o modelo tenha um passo de tempo razoável. Dessa forma, normalmente escolhe-se uma celeridade do som para que as variações de massa específica sejam da ordem de 1 a 2%, mantendo o escoamento fracamente compressível. Assim, via de regra, considera-se na simulação um valor para  $c$  bem menor do que o seu valor real. É comum adotar  $c = 10V$ , sendo  $V$  a máxima velocidade encontrada na simulação. No SPH, a pressão no fluido é calculada através de uma equação de estado, dada por:

$$p_i = \frac{\rho_0 c_i^2}{7} \left[ \left( \frac{\rho_i}{\rho_0} \right)^7 - 1 \right] \quad (10)$$

onde  $\rho_0$  é a massa específica de referência.

#### 4.2.4 Deslocamento das partículas

Por fim, para fechar o sistema de equações ordinárias, tem-se a equação para a trajetória das partículas:

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i \quad (11)$$

#### 4.2.5 Evolução no tempo

Uma vez definido o sistema de equações diferenciais de primeira ordem (equações 6, 8, 10 e 11), utiliza-se um método de integração numérica. É utilizado, nesse trabalho, o integrador Verlet, mais interessante por possuir características conservativas [11]. O passo de tempo  $\Delta t$  obedece às restrições impostas pela condição CFL (Courant-Friedrichs-Lewy), e é o menor valor entre  $\Delta t_c$  e  $\Delta t_b$ , sendo  $\Delta t_c = h/2c$  calculado para todas as partículas fluidas e  $\Delta t_b = \|\vec{r}_{ik}\| - \Delta m/\beta / V$  calculado para todas as partículas interagindo com a fronteira.  $\Delta m$  é o espaçamento médio entre partículas e  $\beta$  uma constante [12].

## 5 RESULTADOS

Serão apresentados, nesta seção, os resultados numéricos e experimentais referentes à queda de material sólido fragmentado em um canal.

Como é bem sabido em simulações com SPH, a condição inicial tem, ao contrário do que se pensava a uns anos atrás, influência no resultado final. Neste artigo, as partículas estão

dispostas no centro de quadrados imaginários, de aresta  $\Delta x$ , obtidos da subdivisão do domínio computacional.  $\Delta x$  é o espaçamento médio inicial entre as partículas.

Com a equação da quantidade de movimento dada pela equação 8, é comum que as partículas, na condição inicial, não estejam em equilíbrio. Isto se dá devido a inserção de um termo adicional na equação 8 (segundo termo do segundo membro), que afeta o balanço entre o gradiente de pressão e a ação gravitacional. Uma solução para manter as partículas em ordem é adotar um fator de amortecimento durante um período de tempo. O fator de amortecimento é aplicado na evolução das partículas (velocidade e posição) quando acontece a integração numérica (algoritmo de Verlet), e vale 0,98. Neste artigo, o fator de amortecimento está presente até 1,0 s, tempo em que a comporta ainda está fechada. A figura 3 mostra o panorama geral do canal de ondas, a rampa de lançamento e a comporta que retém o material deslizante.

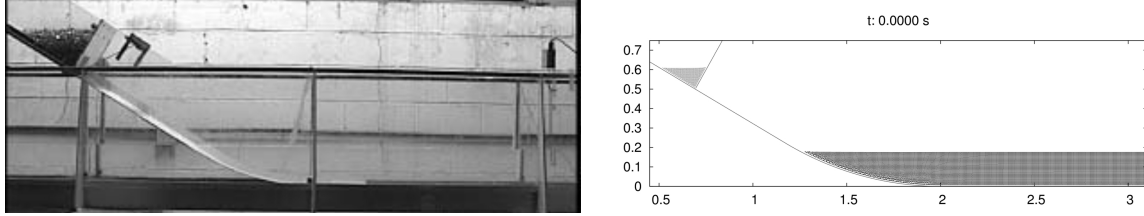


Figura 3: Ensaio experimental e respectiva representação na simulação SPH.

### 5.1 Parâmetros da simulação

Foi empreendido um estudo prévio de calibração do modelo no que tange aos parâmetros numéricos, objetivando uma boa resposta no menor tempo computacional. O material fragmentado tem massa específica  $\rho_s = 2530 \text{ kg/m}^3$  e a água uma massa específica  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ . Ambos são simulados como escoamentos ideais. A lâmina d'água varia nos ensaios, sendo três valores distintos: 0,15, 0,175 e 0,20 m.

Os efeitos viscosos, inseridos na simulação, são calculados de acordo com a equação 9, com  $\alpha = 0,025$ .

O núcleo de suavização usado é o Wendland 2D *quartic* (equação 4). Já para o cálculo das forças nas paredes, utiliza-se o Wendland 1D *quintic* [12]. O comprimento de suavização das partículas  $h = 1,5\Delta x$ , sendo  $\Delta x = h_0/20$ , o que resulta em um número de partículas diferente para cada lâmina d'água.

A celeridade do som inicial é de  $c = 22,15 \text{ m/s}$ , que resulta em um passo de tempo  $\Delta t$  da ordem de  $O(10^{-4}) - O(10^{-5})$ . O passo de tempo é calculado conforme descrito na subseção §4.2.5, sendo a condição CFL de 0,5.

A figura 4 ilustra o resultado da comparação, para a lâmina d'água de 0,15 m.

Cabe salientar que foi efetuado um ajuste do zero da simulação. Mesmo sem ajuste, as diferenças de fase entre os resultados numéricos e experimentais são da ordem de um

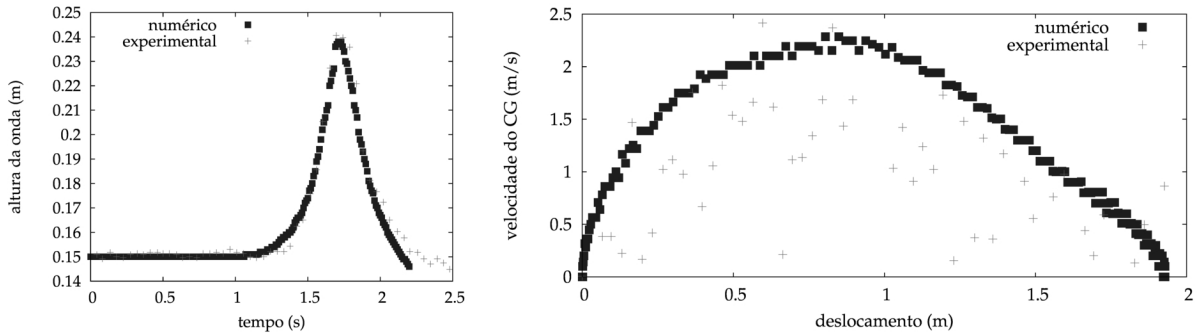


Figura 4: À direita, a posição da superfície livre e à esquerda, a dinâmica do centro de gravidade do material deslizante, para  $h_0 = 0,15$  m (8022 partículas).

décimo de segundo. Além disso, percebe-se que o modelo numérico reproduz a altura da onda experimental, com erro relativo da ordem de 1% (altura numérica de 0,238 m e altura experimental de 0,241 m).

Já para o caso da figura 4b, que reproduz a dinâmica do centro de gravidade do material deslizante, nota-se o comportamento parabólico da evolução do deslocamento  $\times$  velocidade de avanço. Tal comportamento é esperado, devido à ação das forças externas atuantes no material fragmentado. De maneira resumida, assume-se que o material acelera, devido à gravidade, até que o seu centro de gravidade cruza a linha d'água. A partir daí, há uma desaceleração, causada pela resistência imposta pelo meio líquido. Essa desaceleração acontece até que o material deslizante esteja completamente em repouso.

Devido à técnica de captura da imagem, há uma variação considerável dos resultados experimentais. No entanto, o alcance do material acompanha a tendência percebida pelos resultados experimentais, evidenciados pela figura 4b.

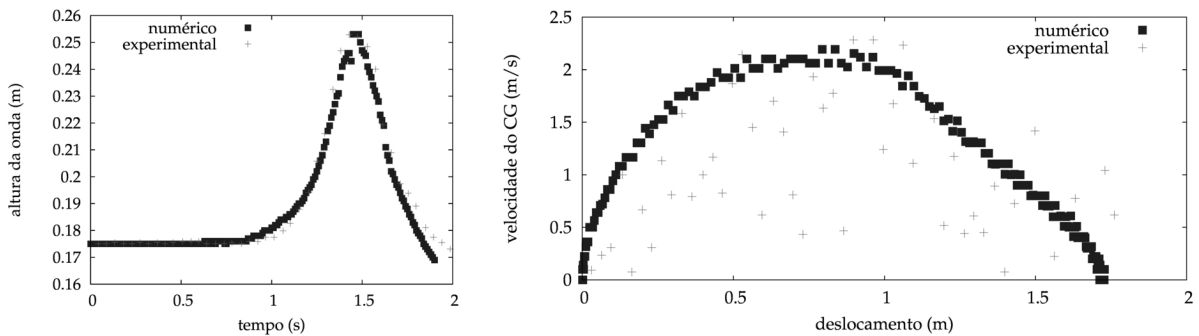


Figura 5: À direita, a posição da superfície livre e à esquerda, a dinâmica do centro de gravidade do material deslizante, para uma lâmina d'água de 0,175 m (6878 partículas).

Já para a lâmina  $h_0 = 0,175$  m, segue a comparação entre os resultados numérico e o experimental, mostrados na figura 5.

Como pode ser notado na figura 5a, o resultado numérico reproduz, com fidelidade, a altura da onda. O erro relativo, nesse caso, é menor que 1%. Os dois casos ilustrados nas figuras 4a e 5a também foram bem representados pelo modelo numérico em Volumes Finitos de Nascimento [13], conforme testes realizados em Souza [19].

Os resultados ilustrando o comportamento do modelo para o último caso, com lâmina de 0,20 m, são apresentados na figura 6.

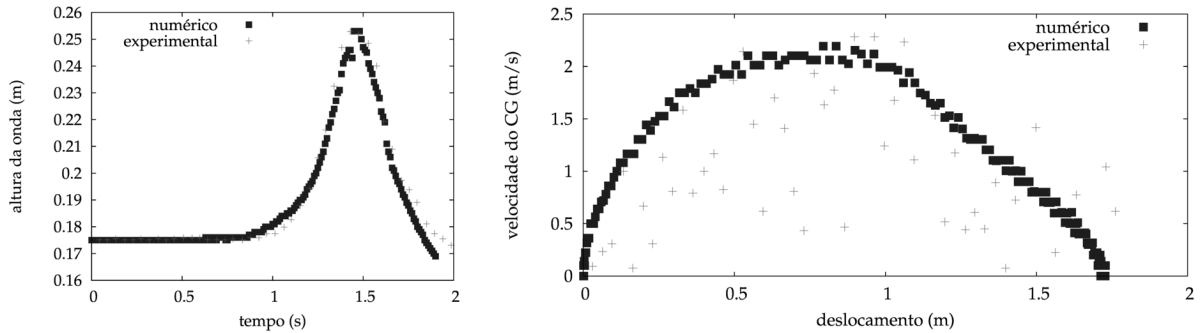


Figura 6: À direita, a posição da superfície livre e à esquerda, a dinâmica do centro de gravidade do material deslizante, para uma lâmina normal de 0,20 m (6035 partículas).

Com a lâmina de 0,20 m, a tendência é a diminuição do número de partículas e uma relativa degradação dos resultados numéricos em detrimento dos experimentais. Este fato pode ser verificado através do erro relativo, que desta vez esteve na casa dos 2% (altura numérica de 0,265 m e altura experimental de 0,27 m). Mesmo assim, considera-se que a diferença esteja na casa do erro experimental e numérico cometido nos respectivos ensaios. De modo a ilustrar o progresso da simulação, é mostrada a figura 7, que compara, quadro a quadro, a evolução do modelo numérico e do ensaio experimental. Pode-se perceber que no *splash* (tempo  $t = 0,53$  s), o modelo numérico assume uma interrupção brusca da superfície livre, diferente do que acontece experimentalmente (uma incorporação gradativa da parte sólida e parte gasosa - ar - no seio da massa líquida). Talvez este fato seja decorrente da não modelagem do ar, tampouco da tensão superficial da água. Na sequência, há semelhanças entre nos resultados nos instantes  $t = 0,8$  e  $1,1$  s, com a ressalva que, no último, há a formação precoce da segunda onda. No entanto, é objetivo do estudo em tela a modelagem apenas da onda principal, por ser mais danosa do ponto de vista energético. Nos instantes que seguem ( $t = 1,4$  e  $1,76$  s), também pode-se perceber a compatibilidade entre os resultados para o perfil da linha d'água. Já em relação à dinâmica do material, ou mais precisamente o alcance do material deslizante, percebe-se que os resultados numéricos estão aquém dos resultados experimentais. Uma possível razão é um valor elevado para viscosidade artificial, que foi imposto para suavização do modelo numérico.

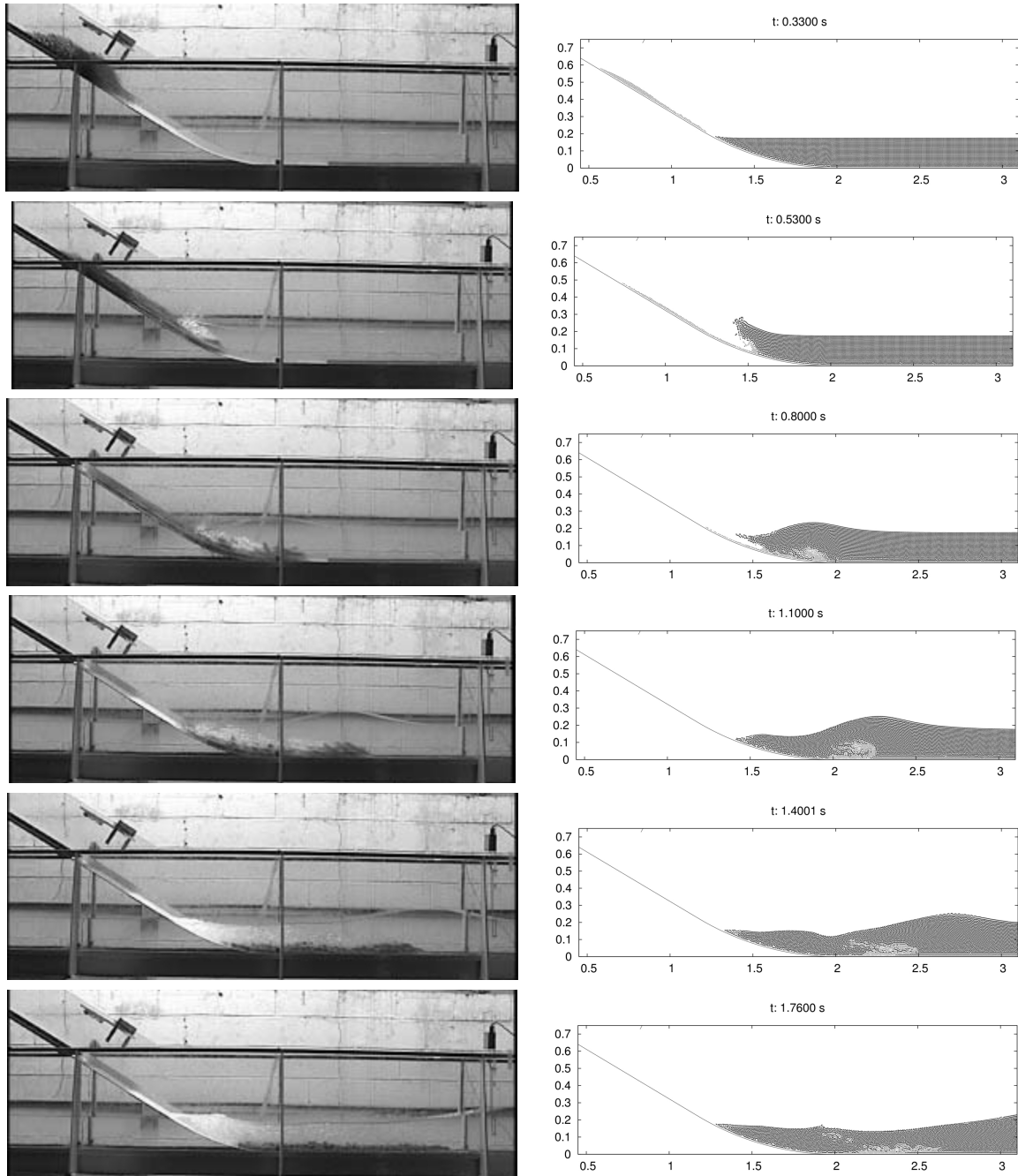


Figura 7: Imagens para vários tempos (de cima para baixo): 16/30, 24/30, 33/30, 42/30 e 53/30 s. À esquerda, resultados experimentais e à direita as simulações SPH.

No geral, pode-se dizer que o modelo bem representou as principais características do fenômeno complexo de impacto de material fragmentado em meio líquido.

## 6 CONCLUSÕES

O modelo numérico, baseado na técnica lagrangeana SPH, desenvolvido pela equipe de trabalho da Unesp, Ilha Solteira, foi validado com sucesso, para a previsão da altura da onda gerada pela queda de material fragmentado em um canal. Já para a dinâmica do material deslizante, os resultados experimentais impedem maiores comentários, tendo em vista seu aspecto um tanto aleatório (tendo em vista a técnica e complexidade do fenômeno). Mesmo assim, evidencia-se a capacidade do modelo em representar a altura da onda gerada. A altura, que está intimamente ligada à energia da onda, é de suma importância para medidas de proteção de infraestruturas.

Cabe salientar que, entretanto, tal nível de precisão pode não ser alcançado caso o material deslizante possua características peculiares (como pedras, que são atritivas, por exemplo). Há, nesse sentido, a necessidade de evolução do modelo numérico no que tange à representação desses materiais, alterando a lei reológica (Bingham ou Herschel-Bulkley, como Lachamp [8]) do material.

## Agradecimentos

O primeiro autor agradece à FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa no Estado de São Paulo) pelo financiamento de bolsa de doutorado (proc. 2009/00083-8) e ao projeto de parceria CAPES/FCT (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Fundação para Ciência e a Tecnologia - proc. BEX 5158/10-9) pela concessão de bolsa para estágio de doutoramento.

## REFERÊNCIAS

- [1] R.F. Carvalho and J.S.A. Carmo, *Numerical and experimental modeling of the generation and propagation of waves caused by landslides into reservoirs and their effects on dams. River Flow - International Conference on Fluvial Hydraulics 5, Lisboa, 2006*. Lisboa, Portugal, (2006), CD-ROM.
- [2] H.M. Fritz, *Initial phase of landslide generated impulse waves*, Tese de Doutorado, Swiss Federal Institute of Technology, Universidade de Zürich, Zürich, (2002).
- [3] A. Huber, *Schwallwlllen in Seen als Folge von Belsstürzen*, Tese de Doutorado, Swiss Federal Institute of Technology, Universidade de Zürich, (1980).
- [4] F.N. Jorge, *Mecanismos dos escorregamentos em encostas marginais de reservatórios*, Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, (1984).

- [5] J.W. Kamphuis and R.J. Bowering, *Impulse waves generated by landslides*. ASCE, *Coastal Engineering Conference*, 12, 1970, (1970), pp. 575–588.
- [6] H.C. Kranzer and J.B. Keller. Water waves produced by explosions. *Publication Institute of Mathematical Sciences*, New York, Vol. 1, (1955).
- [7] J.B. Keller. The Solitary wave and periodic waves in shallow water commun. *Journal of Applied Mathematics*, Vol. 1, pp. 323–339, (1948).
- [8] P. Lachamp. *Modélisation numérique de l’effet d’un obstacle sur les écoulements de fluides à seuil par la méthode SPH*, Tese de Doutorado, Université Joseph Fourier, Grenoble, (2003).
- [9] G.F. Maciel, *Contribution expérimentale et théorique à l’étude des ondes produites par des glissements solides dans des retenues de barrages*, Tese de Doutorado, Université Joseph Fourier, Grenoble, (1991).
- [10] J.J. Monaghan. SPH without a tensile instability. *J. Comput. Phys.*, Vol. 159, pp. 290–311, (2000).
- [11] J.J. Monaghan. Smoothed particle hydrodynamics, *Reports on Progress in Physics*, Vol. 68, pp. 1703–1759, (2005).
- [12] J.J. Monaghan and J.B. Kajtar. SPH particle boundary forces for arbitrary boundaries. *Journal of Computer Physics Communications*, Vol. 180, pp. 1811–1820, (2009).
- [13] M.F. Nascimento, *Aproximação das equações da classe Boussinesq no processo de geração da onda na interface sólido-líquido: uma abordagem numérico-experimental com compromissos de engenharia*, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2001.
- [14] E. Noda. Water waves generated by landslides. *Journal of Waterwaves Harbors Coastal Engineering*, Vol. 96, pp. 835–855, (1970).
- [15] C.S. Peskin. The immersed boundary method. *Acta Numerica*, Vol. 11, pp. 479–517, (2002).
- [16] J.E. Prins. Characteristics of waves generated by a local disturbance. *Trans. Am. Geophysics Union*, Vol. 39, pp. 865–874, (1958).
- [17] P.C. Sabatier. On water waves produced by ground motions. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 126, pp. 27–58, (1983).
- [18] R.L. Slingerland and B. Voight. Evaluating hazard of landslide-induced water waves. *Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE*, Vol. 108, pp. 504–512, (1982).

- [19] A.L.O. Souza, *Métodos analíticos, numéricos e experimentais para o cálculo de ondas de impacto em meios líquidos*, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007.
- [20] S. Unoki and M. Nakano. On the Cauchy-Poisson waves caused by the eruption of a submarine volcano. *Oceanography Mag.*, Vol. **141**, pp. 199–141, (1953).
- [21] J.R.G. Vasco and G.F. Maciel and C.R. Minussi and J.P. Vila, *Métodos numéricos Lagrangeanos: Estudos de caso aplicados a problemas de Engenharia Hidráulica e de Recursos Hídricos. XVIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, Campo Grande, 2009*. Campo Grande, Mato Grosso do Sul, Brasil, (2009), CD-ROM.
- [22] J.R.G. Vasco and E. Didier and M.G. Neves and G.F. Maciel and C.R. Minussi, *Modelagem numérica da geração e quebra de ondas usando o método SPH. VII Escola de Primavera de Transição e Turbulência, Ilha Solteira, 2010*. Ilha Solteira, São Paulo, Brasil, (2010), CD-ROM.
- [23] R.L. Wiegel. Laboratory studies of gravity waves generated by the movement of a submerged body. *Trans. Am. Geophys. Union*, Vol. **36**, pp. 759–774, (1955).